

C군의 B급 잡설, 色 : 第七篇

조인준 KBS 기술연구소 차장

한 해가 저물어가는 시점에 드디어 색(色)에 관한 연재도 그 마무리가 가까워지고 있습니다. 매월 몇 페이지 분량으로 길지 않게 전해드린 이야기들이 'CIE 1931 측색법'의 요점을 간단하지만 충분한 수준에서 담고 있는지 그간 자주 돌아보았던 것 같습니다. 나름대로는 복잡해 보이는 내용이라도 되도록 쉽게 풀어서 독자 여러분이 'CIE 1931 측색법'의 근간을 이해하는 것에 최대한 도움이 되려 했는데 돌아보면 돌아볼수록 빈틈이 많았던 것 같은 느낌은 어쩔 수 없는 것 같습니다. 게다가 남아있는 내용이 그동안의 내용보다는 직관적이지 못한 부분이 많아서 더욱 염려되기도 합니다. 하지만 앉아서 걱정만 한다고 해결되는 것은 아무것도 없으므로 능력이 닿는 데까지 너무 복잡하지 않은 방법으로 남은 내용을 잘 정리해보도록 하겠습니다.

본 연재를 통해서 [표 1]과 동일한 데이터들이 자주 등장하고 있습니다. 동일 내용의 표를 계속해서 연재마다 쓰는 것이 지면의 낭비 같아 망설여지지만, 표 하나 때문에 지난 호를 꺼내어 찾아보게 하는 것도 독자에 대한 예의(?)가 아닌 것 같아 다시 지면에 포함하게 되었습니다. 다만, 이 연재의 속성상 일회성 독자보다는 연속해서 읽는 독자가 대부분일 것 같아 연재마다 중복되는 자료의 경우 설명에 필요한 최소한의 내용만을 남기고 나머지 내용은 최대한 줄여서 자료를 재활용하겠습니다. 그림의 경우도 설명에 필요한 경우 지난 호의 그림을 다시 싣겠지만, 필요 이상의 지면이 소비되지 않도록 필요한 만큼만 활용하는 것을 원칙으로 하겠습니다.

파장(nm)	빨강(700nm)	초록(546.1nm)	파랑(435.8nm)
380	0.0272	-0.0115	0.9843
...	...	...	...
435	0.0012	-0.0007	0.9995
...	...	...	...
510	-1.3371	1.9318	0.4053
...	...	...	...
660	0.9940	0.0061	-0.0001
...	...	...	...
700	1.0000	0.0000	0.0000
...	...	...	...
780	1.0000	0.0000	0.0000

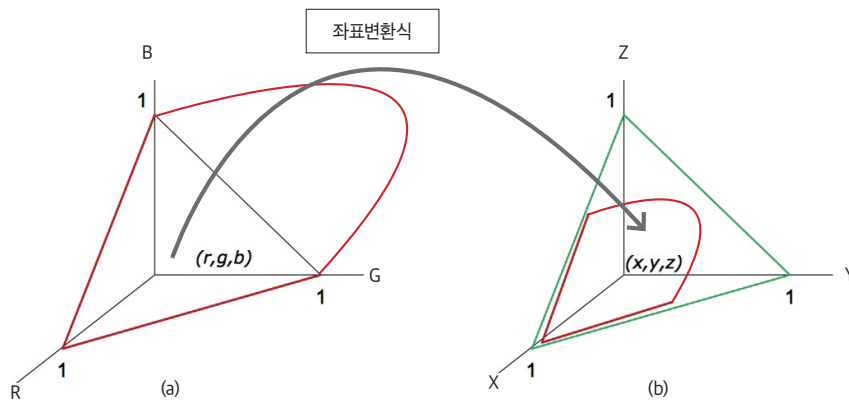
[표 1] 임의의 광원(380nm~780nm)과 등색의 빨강, 초록, 파랑 광원의 혼합비

다. 지난 호의 말미에서 말씀드렸듯이 이번 호에서는 [표 1]에 보이는 빨강(R), 초록(G), 파랑(B) 광원의 혼합비로부터 어떻게 X, Y, Z라는 생소한 기호로 색을 표현하게 되었는지 설명 드리겠습니다. 우선 어쩌다가 [표 1]에서 보이는 R, G, B를 직접적으로 사용하는 대신 X, Y, Z라는 새로운 변수들을 도입해서 'CIE 1931 측색학'을 정의하였는지 환기해드리겠습니다. 지난 호에서 설명드린 X, Y, Z라는 새로운 변수를 정의하게 된 두 가지 이유는 아래와 같습니다.

1. 'CIE 1931 측색법'이 논의되던 당시 미국의 한 회사에서는 물체가 가지는 빛의 반사율이나 투과율 등을 측정할 수 있는 기계를 개발하고 있었고, 이 기계는 내부적으로 측색법에 따른 계산을 아날로그 전기회로로 수행해야 했습니다. 이 아날로그 회로는 하나의 변수가 양수와 음수를 모두 가지면 양수를 위한 한 채널과 음수를 위한 한 채널을 합하여 모두 두 개의 채널로 회로를 구성하여 구현해야만 했고, [표 1]의 빨강, 초록, 파랑 광원의 혼합비를 나타내는 값에 양수와 음수가 모두 존재하므로 측정기는 내부적으로 양수의 빨강, 초록, 파랑 광원을 위한 세 채널, 음수의 빨강, 초록, 파랑 광원을 위한 세 채널, 도합 여섯 채널로 구현이 되어야 했습니다.

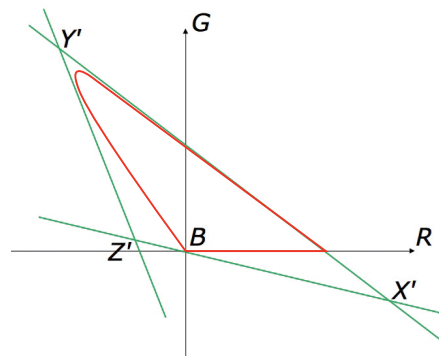
2. 1930년대에는 계산기가 발달하지 않았던 시절이라 대부분의 계산을 수계산으로 수행해야 했습니다. 실제 측색법을 통해서 임의의 광원의 색을 등색의 빨강(700nm), 초록(546.1nm), 파랑(435.8nm) 광원의 혼합비로 나타내려면 파장별로 수십 또는 수백 번의 덧셈, 뺄셈, 곱셈을 해야 합니다. 이때 계산 중간 중간에 양수와 음수가 섞여 있을 경우 덧셈보다 복잡한 뺄셈 등의 계산에서 실수확률이 높아져서 수십, 수백 번의 지루한 사칙연산을 몇 번이고 되풀이해야 하는 경우가 생길 수 있었습니다.

위의 현실적인 문제점이 반영되어 'CIE 1931 측색법'에서는 빨강(700nm), 초록(546.1nm), 파랑(435.8nm) 광원의 혼합비에서 음수를 모두 없애고 양수로만 구성된 x, y, z 라는 새로운 값을 정의하게 됩니다. 이렇게 양수로만 이루어진 x, y, z 라는 단위를 사용하게 되면 위에서 언급된 측정기의 개발에도 세 채널로 이루어진 아날로그 회로를 사용하여 구조를 대폭 단순화 할 수 있고, 수계산 시대도 음수가 사라진 덕분에 적분 과정에서 합을 구할 때 실수를 대폭 줄일 수 있습니다.



[그림 1] RGB→XYZ 좌표계 변환

[그림 1] (a)의 붉은 폐곡선은 [표 1]의 데이터를 이어 그린 것입니다. [그림 1] (a)의 R축은 [표 1]의 빨강(700nm) 광원의 세기, G축은 [표 1]의 초록(546.1nm) 광원의 세기, B축은 [표 1]의 파랑(435.8nm) 광원의 세기입니다. [그림 1] (a)에서 각 좌표의 음수값들의 경우 크기가 미세해서 잘 보이지 않는 부분도 많지만 붉은 폐곡선의 RGB 값 중 하나는 음수를 가지고 있습니다. 'CIE 1931 측색법'을 처음 접하는 사람들이 가장 의아해하는 부분이 [그림 1] (a)의 RGB 좌표계를 [그림 1] (b)의 XYZ 좌표계로 변환하는 것입니다. 앞에서 설명 드렸듯이 XYZ 좌표계로 변환하는 이유는 모든 좌표값을 양수로 만들기 위함입니다. 앞서 설명 드린 XYZ 좌표계로 변환하게 된 두 가지 이유가 생각보다 고급정보(?)입니다. 제 자



[그림 2] RGB→XYZ 좌표계 변환

랑은 절대 아니지만... 열심히 이 책 저 책 뒤져도 잘 안 나오는 내용입니다. 정말정말 진짜진짜 찾아보기 힘든 내용이 맞습니다. 이제부터 핵심으로 들어가 보려 합니다. RGB→XYZ 좌표계 변환을 어떤 방법으로 했는지에 관해 심층적으로 파고들어 보겠습니다. [표 1]의 데이터를 그렸을 때 양수와 음수가 섞인 RGB 좌표계에서 모든 데이터가 양수인 XYZ 좌표계로 변환하기 위한 첫 걸음은 [그림 2]에서 시작됩니다. [그림 2]는 [그림 1] (a)를 B축 방향에서 내려다 본 것입니다. [그림 2]의 X', Y', Z' 는 각각 [그림 1] (a)의 붉은 폐곡선을 포함하는 무한평면 위의 점이고, 동시에 [그림 1] (b)의 XYZ 축 위에 있는 임의의 점이며 모두 양수입니다. 주의할 점은 X', Y', Z' 가 X, Y, Z 축 위에 있지만 [그림 1] (b)에 보이는 녹색 삼각형의 꼭지점들과 동일한 점은 아니라는 것입니다.

다. X', Y', Z'를 정하기 위해서 지금까지 소개되지 않은 회도를 소개하겠습니다. 빨강(700nm), 초록(546.1nm), 파랑(435.8nm) 광원을 혼합하여 임의의 색을 가지는 빛을 만들었을 때 그 빛의 회도는 [수식 1]에 비례하게 됩니다.

$$0.17697R + 0.81240G + 0.01063B \cdots \cdots \text{[수식 1]}$$

$$0.17697R + 0.81240G + 0.01063B = 0 \cdots \cdots \text{[수식 2]}$$

[그림 2]의 Z'와 X'를 잇는 직선은 [수식 2]처럼 회도가 0이며 [그림 1] (a)의 붉은 폐곡선을 포함하는 평면 위의 직선으로 정의가 됩니다. [그림 1] (a)의 붉은 폐곡선을 포함하는 평면 위의 점은 [수식 3]을 따르므로, [수식 3]을 $B=1-R-G$ 로 다시 정리하여 [수식 2]에 대입하면 [수식 4]가 나옵니다.

$$R + G + B = 1 \cdots \cdots \text{[수식 3]}$$

$$0.16634R + 0.80177G + 0.01063B = 0 \cdots \cdots \text{[수식 4]}$$

[수식 3]과 [수식 4]를 동시에 만족하는 점의 집합이 [그림 2]의 Z'와 X'를 잇는 직선이며 이 직선은 회도가 0이라는 굉장히 중요한 특성을 가집니다. 이러한 특성 때문에 [그림 2]의 Z'와 X'를 잇는 직선은 회도가 없다는 뜻에서 무휘선(alychne)이라 불립니다. 무휘선을 의미하는 Alychne는 고대 그리스어에서 따온 것으로 'no light'를 의미하며, 인간의 가시영역([그림 1] (a)의 붉은 폐곡선 안의 영역) 밖의 영역에 속하므로 이론적으로만 존재하는 선입니다. 이 무휘선에 의해서 XYZ 좌표계로 옮겨오면 X, Z성분은 회도가 없는 값들이 되고 Y성분만이 회도를 가지게 되어 RGB 좌표계처럼 각 색좌표마다 회도를 따로 계산할 필요 없이 Y 성분만으로 회도를 알 수 있게 됩니다. 이제 X'의 좌표를 구하기 위해서 [그림 2]의 Y'와 X'를 잇는 직선을 [수식 5]와 같이 정의합니다. 한 가지 간과되는 점은 [수식 3]도 동시에 만족하는 점의 집합이 Y'와 X'를 잇는 직선이라는 것입니다. 풀어서 설명드리면 [수식 4]와 [수식 5]만으로는 R값과 G값밖에 얻을 수 없습니다. [수식 3]의 조건이 동반되어야 B값을 마저 계산해서 완전한 좌표를 구할 수 있습니다.

$$99G = -100(R-1) \cdots \cdots \text{[수식 5]}$$

[수식 5]는 최대한 [그림 2]의 붉은 폐곡선에 근접하면서 XYZ 좌표계로 옮겼을 때 Z 값이 대부분 0이 되도록 정한 직선의 식입니다. Z 값이 0이 되면 뭐가 좋을까요? 앞선 연재에서 임의의 스펙트럼을 가지는 광원의 색을 구하기 위해서 적분같은 것을 수계산으로 해야 했다고 말씀드렸죠? 네, 그렇습니다. Z 값에 0이 많아지면 적분이 편해집니다. [수식 5]는 나중에 수계산으로 적분할 때의 편의를 고려해서 정한 식입니다. [수식 4]와 [수식 5]가 있으니 우리는 이제 X'의 RGB 좌표계상의 좌표값을 구할 수 있습니다. [수식 4]와 [수식 5]를 연립방정식으로 풀고 [수식 3]의 조건을 더하면 X'의 좌표는 (1.2749, -0.2777, 0.0028)이 됩니다. 지금까지 [그림 2]의 삼각형을 이루며 만나는 세 개의 초록색 직선 중에서 두 개의 직선을 식으로 표현했습니다. 이제 Y'와 Z'를 잇는 직선만 정의하면 Y'와 Z'의 좌표를 구할 수 있고, 이를 이용하여 RGB→XYZ 좌표계 변환식을 구할 수 있습니다. 하지만 최종스럽게도 다른 두 직선과 달리 Y'와 Z'를 잇는 직선은 C군이 찾을 수 있는 모든 문헌을 찾아 봐도 식을 정한 명확한 이유를 찾을 수 없었습니다. 단지 직선의 식이 [수식 6]과 같다는 것만이 문헌에 나와 있을 뿐입니다.

$$2.6268R + 0.9970G = -1.8113 \cdots \cdots \text{[수식 6]}$$

어떻게 [수식 6]과 같이 직선의 식을 정했는지는 C군에게도 여전히 풀리지 않는 숙제입니다. 어쩌면 뚜렷한 이유 없이 적당한 선을 하나 그었을 수 있겠다는 생각도 해봅니다. 알 수 없는 것에 대한 부질없는 호기심은 이만 정리하고 [수식 6]과 [수식 5]를 이용하고 [수식 3]의 조건을 적용하여 Y'의 좌표를 구하면 (-1.7400, 2.7677, -0.0277)이 되고, [수식 6]과 [수식 4], 그리고 [수식 3]을 이용하여 Z'의 좌표를 구하면 (-0.7430, 0.1408, 1.6022)이 됩니다. 이제 우리는 좌표계상의 X', Y', Z'의 좌표를 모두 구했습니다. 다시 확인 드리지만 X', Y', Z'는 각각 X 축, Y 축, Z 축 위의 점들이지만, 이들을 이은 삼각형이 [그림 1] (b)의 녹색 삼각형과 일치하지는 않습니다, 이 녹색 삼각형을 만들기 위해서는 추가적인 과정이 필요한데 이는 이후의 과정에서 설명이 될 것

RGB 좌표계	XYZ 좌표계
(1.2749, -0.2777, 0.0028)	(α, 0, 0)
(-1.7400, 2.7677, -0.0277)	(0, β, 0)
(-0.7430, 0.1408, 1.6022)	(0, 0, γ)

[표 2] RGB 좌표계와 XYZ좌표계의 대응점들

입니다. RGB 좌표계상의 X', Y', Z'의 좌표를 구했으니, XYZ 좌표계에서 X', Y', Z'의 좌표를 적당히(?) 지정하면, 이들 좌표간의 상관관계를 바탕으로 RGB→XYZ 좌표계 변환식을 구할 수 있습니다. 그러면 일단 좌표계에서 X', Y', Z'의 좌표를 적당히(?) [표 2]와 같이 지정해 보겠습니다.

조건 1	조건2
$\begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1.2749 \\ -0.2777 \\ 0.0028 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \beta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1.7400 \\ 2.7677 \\ -0.0277 \end{bmatrix}$
조건3	조건4
$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.7430 \\ 0.1408 \\ 1.6022 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix}$

[표 3] RGB→XYZ 좌표계 변환을 위한 행렬의 조건

그런데 여기서 [표 2]의 대응점들과 더불어 또 하나의 중요한 조건이 들어갑니다. 바로 기준백색의 좌표는 RGB 좌표계와 XYZ 좌표계에서 같은 좌표값을 가지도록 하는 것입니다. 그 말은 RGB 좌표계에서 (1/3, 1/3, 1/3)의 좌표를 갖는 기준백색은 XYZ 좌표계에서도 (1/3, 1/3, 1/3)의 좌표를 가져야 한다는 것입니다. XYZ가 RGB로부터 유도된 가상의 원색이지만, 가상의 원색이라도 원색은 원색이기 때문에 모두 섞으면 백색이 되어야 한다는 조건이 붙는 것입니다. 이제 RGB→XYZ 좌표계 변환식은 [표 2]와 기준백색 동일도의 조건을 만족하는 행렬을 구하는 것으로 압축이 됩니다. 이 행렬이 만족해야 하는 조건은 [표 3]에 정리되어 있습니다. 실제로 [표 3]의 조건을 만족하는 행렬을 구하다보면 α, β, γ의 값이 정해지지 않았는데 어떻게 행렬을 정하지? 하는 의문이 생길 것입니다. 이 의문은 기준백색의 좌표를 동일하게 유지하기 위한 [표 3]의 '조건 4'에서 해결이 됩니다. α, β, γ 값은 '조건 4'가 만족되도록 임의로 정하면 됩니다. 이렇게 [표 3]의 조건을 만족하는 행렬을 구하면 [수식 7]과 같습니다.

$$\begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4900 & 0.3100 & 0.2000 \\ 0.1769 & 0.8124 & 0.0107 \\ 0.0000 & 0.0099 & 0.9901 \end{bmatrix} \dots\dots [수식 7]$$

지금까지 RGB→XYZ 좌표계 변환식의 약 95% 정도가 설명되었습니다. 이제 아주 간단한 절차 하나만 더하면 RGB→XYZ 좌표계 변환이 완결됩니다.

그럼 다음 호에서 RGB→XYZ 좌표계 변환의 완결과 XYZ 좌표계가 가지는 의미에 대해서 설명하도록 하겠습니다. 부족한 내용을 관심 있게 봐주셔서 항상 감사합니다 !!! 🐼

P.S. C군의 잡설은 귀동냥에 근거하여 재구성된 것이므로 사실과 다를 수 있음을 항상 유념해주세요.